

МЕХАНИЗАЦЫЯ І ЭНЕРГЕТЫКА
MECHANIZATION AND POWER ENGINEERING

УДК 631.348:632.934.1

<https://doi.org/10.29235/1817-7204-2020-58-3-352-363>

Поступила в редакцию 27.05.2020

Received 27.05.2020

И. С. Крук¹, Ю. В. Чигарев¹, В. Романюк²

¹*Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск, Беларусь*

²*Институт технологических и естественных наук в Фалентах, Отдел в Варшаве, Варшава, Польша*

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ РАБОЧЕГО
РАСТВОРА ПЕСТИЦИДОВ ПРИ ОПРЫСКИВАНИИ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ
ИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ**

Аннотация: Расширение ассортимента применяемых пестицидов и жидких минеральных удобрений обуславливает необходимость постоянного совершенствования конструкций распылителей, позволяющих создавать монодисперсный распыл и обеспечить качественное внесение средств химизации при небольших дозах и наименьших потерях. Актуальным остается вопрос изучения процесса падения капель с изменяющимися геометрическими размерами. Исследования движения капель в воздушной среде позволяют определить скорость и координаты падения на обрабатываемую поверхность, обосновать конструкцию, размеры, оптимальные режимы работы и параметры установки распылителей и устройств защиты факела распыла от прямого воздействия ветра, что особенно важно на стадии проектирования конструкций распылителей полевых опрыскивателей. В статье приведено моделирование процесса падения капель рабочего раствора пестицида в сопротивляющейся среде с учетом изменения их геометрических размеров. Получены уравнение изменения радиуса капли в зависимости от изменения горизонтальной попечечной движению агрегата, формула изменения интенсивности убывания капли в зависимости от начальных условий и состояния окружающей среды. Получена зависимость между коэффициентами перемещения капли вдоль горизонтальной попечечной движению агрегата оси и временем, приведены выражения для изменения радиуса капли в зависимости от горизонтального перемещения и уравнения изменения скорости и вертикальной координаты движения капли от времени. Определен коэффициент массоотдачи с поверхности капли в зависимости от коэффициента сопротивления, начальной скорости, плотности среды на границе капли и растительной среды, подверженной обработке. Результаты исследования могут быть использованы в машиностроении при проектировании и испытаниях распылителей и форсунок, разработка конструкций ветрозащитных устройств факелов распыла рабочих растворов пестицидов в полевых опрыскивательях, моделировании процесса движения капель с изменяющейся массой

Ключевые слова: распылители пестицидов, рабочий раствор пестицидов, опрыскивание, капля, радиус, закономерность, ось, скорость, положение, перемещение, движение

Для цитирования: Крук, И. С. Определение кинематических параметров падения капель рабочего раствора пестицидов при опрыскивании с учетом изменения их геометрических размеров / И. С. Крук, Ю. В. Чигарев, В. Романюк // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. аграр. навук. – 2020. – Т. 58, № 3. – С. 352–363.
<https://doi.org/10.29235/1817-7204-2020-58-3-352-363>

Igor S. Kruk¹, Yuriy V. Chigarev¹, Vatslav Romanyuk²

¹*The Belarusian State Agrarian Technical University, Minsk, Belarus*

²*Institute of Technology and Life Science Falenty, Warsaw, Poland*

**DETERMINATION OF KINEMATIC PARAMETERS OF FALLING DROPS OF STANDARD SOLUTION
OF PESTICIDES DURING SPRAYING, TAKING INTO ACCOUNT GEOMETRIC DIMENSIONS VARIABILITY**

Abstract: Expansion of range of applied pesticides and liquid mineral fertilizers necessitates continuous improvement of spray nozzle design, allowing to create a monodisperse spray and ensure high-quality application of chemical agents at low doses and minimal losses. The issue of studying the process of falling drops with varying geometric dimensions remains sore. Studies of drop movement in air environment make it possible to determine the falling speed and coordinates on the treated

surface, to substantiate the design, dimensions, optimal operating modes and parameters of sprayers and devices for protecting the spray cone from direct exposure to wind, which is especially important at the design stage of sprayer for field spraying machines. The paper presents simulation of process of falling drops of pesticide standard solution in resisting environment, considering geometric dimensions variability. An equation for drop radius variability depending on the unit motion horizontal transverse variability, formula for variability of intensity of drop decrease depending on the initial conditions and state of environment are obtained. Dependence between coefficients of drop displacement along the horizontal transverse to the unit movement axis and time is obtained, expressions for variability of drop radius depending on the horizontal displacement and the equation for variability of velocity and vertical coordinate of drop movement on time are presented. The coefficient of mass transfer from the drop surface is determined depending on the resistance coefficient, initial velocity, medium density at the border of drop and plant medium subjected to treatment. The results obtained can be used in mechanical engineering for design and testing of sprayers and nozzles, design of wind protection devices for spray cones of standard solutions of pesticides in field sprayers, in simulation of process of drop movement with varying mass.

Keywords: pesticide sprayers, pesticide standard solution, spraying, drop, radius, pattern, axis, velocity, position, displacement, movement

For citation: Kruk I. S., Chigarev Yu. V., Romanyuk V. Determination of kinematic parameters of falling drops of standard solution of pesticides during spraying, taking into account geometric dimensions variability. *Vestsi Natsyyanal'noy akademii navuk Belarusi. Seriya agrarnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Agrarian series*, 2020, vol. 58, no 3, pp. 352–363 (in Russian). <https://doi.org/10.29235/1817-7204-2020-58-3-352-363>

Введение. Развитие сельскохозяйственных полевых опрыскивателей невозможно без изучения процесса эффективного распределения рабочего раствора пестицидов и жидких минеральных удобрений по поверхности, который включает не только технологические и конструктивные параметры распылителей, но и экологические аспекты, связанные с материальными затратами и потерями урожая. Данная проблема является многосторонней, что значительно усложняет задачу модернизации существующих и проектирования новых средств механизации процессов химизации в растениеводстве.

Эффективность внесения рабочих растворов средств химизации в растениеводстве, наряду с другими показателями определяется равномерностью распределения препарата и густотой покрытия обрабатываемой поверхности, которые определяются размерами капель и закономерностями их падения до полного осаждения на объекте обработки. Механизм осаждения капель рабочего раствораложен и многообразен. Капля, оторвавшись от выброшенной из сопла распылителя струи жидкости, обладая запасом кинетической энергии, замедленно движется под действием силы тяжести и силы сопротивления воздушной среды. Спустя некоторое время, когда эти силы взаимно уравновесятся, она достигает конечной скорости, и движется по определенной траектории, параметры которой определяются начальными условиями истечения жидкости из сопла и состоянием окружающей среды (влажность, температура и восходящие потоки воздуха, наличие ветра) [1, 2]. Испарение капель в условиях полевого опрыскивания – сложный физический процесс. Он происходит на трех этапах полета капель: при формировании факела распыленной жидкости, при их падении и осаждении и во время нахождения на поверхности обрабатываемого объекта. Опытами установлено, что при тонком распыле процесс испарения идет значительно быстрее, чем при крупном, так как меньшие капли обладают большей удельной поверхностью. На скорость и время падения капель влияют температура и влажность воздуха, воздействие направленных воздушных потоков, в том числе и ветра, а также высота установки распылителя по отношению к обрабатываемому объекту [1–7]. Использование воды в качестве растворителя активного вещества препарата приводит к тому, что капли диаметром 100 мкм при температуре 32 °C, влажности воздуха 46 % и скорости ветра 1–2 м·с⁻¹ теряют от испарения 50 % массы [1, 7]¹.

Расширение ассортимента применяемых пестицидов и жидких минеральных удобрений обуславливает необходимость постоянного совершенствования конструкций распылителей, позволяющих создавать монодисперсный распыл и обеспечить качественное внесение средств химизации при небольших дозах и наименьших потерях. Исследования движения капель в воздушной среде позволяют определить скорость и координаты падения на обрабатываемую поверхность, обосновать конструкцию, размеры, оптимальные режимы работы и параметры установки распылителей, что особенно важно на стадии проектирования конструкций распылителей полевых опрыскивателей.

¹ Пестициды: справочник / В.И. Мартыненко [и др.]. М.: Агропромиздат, 1992. 168 с.

Одной из малоизученных является задача о потере массы капель раствора в процессе выполнения технологической операции внесения рабочих растворов средств химизации за счет их теплообмена с воздушным потоком в полете от сопла распылителя до обрабатываемой поверхности. Определение некоторых кинематических параметров движения капель постоянной массы рабочего раствора пестицидов приведено в работах [1, 2, 8, 9]. Изучение движения тел переменной массы начато в работах И. В. Мещерского [10] и продолжено во многих других, связанных с различными физическими задачами. Моделирование процессов движения капель с изменяющейся массой отражено в работах [11–13].

Цель работы – исследование закономерностей движения капель рабочего раствора пестицидов при опрыскивании с учетом изменения их геометрических размеров и получение математических зависимостей, позволяющих определить кинематические параметры падающей капли в заданный момент времени.

Результаты и их обсуждение. Рассмотрим движение капли жидкости массой m_k , радиусом r_k выброшенной из сопла распылителя в окружающую среду с начальной горизонтальной скоростью v_{kx0} . Считаем форму капли шарообразной с начальным радиусом r_{k0} . При полете на каплю действуют сила тяжести G_k и сила лобового аэродинамического сопротивления воздуха F_c [1, 2, 11–18]. Сила лобового сопротивления направлена по касательной к траектории полета в сторону, противоположную направлению движения, и является заданной функцией скорости капли v_k :

$$F_c = -k_\lambda v_k^2 = -\frac{\xi \rho_b S_k}{2} v_k^2, \quad (1)$$

где $k_\lambda = \frac{\xi \rho_b S_k}{2}$; ξ – безразмерный коэффициент сопротивления движению капли; ρ_b – плотность среды, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$; S_k – площадь поперечного сечения капли, м^2 .

Сила тяжести, действующая на каплю, определяется по следующей формуле:

$$G_k = m_k g$$

(g – ускорение свободного падения, $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$).

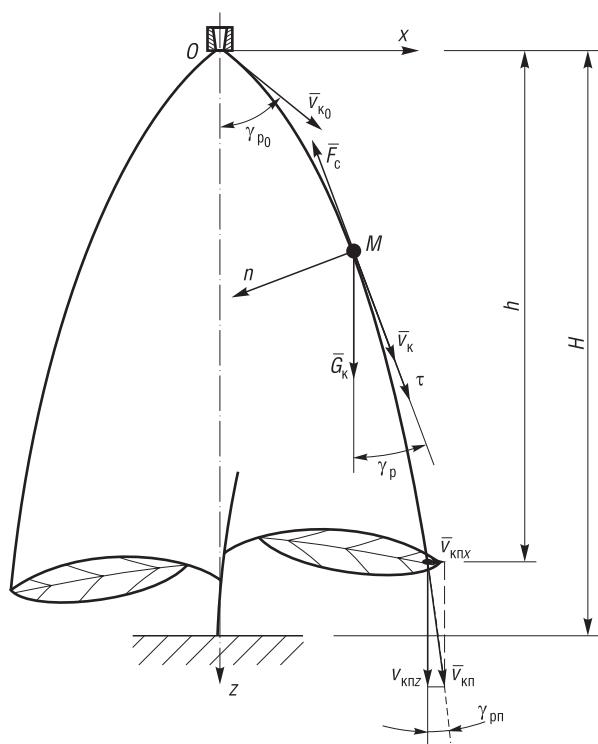


Рис. 1. Расчетная схема падения капли жидкости в воздушной среде

Fig. 1. Calculation model for a liquid drop in air environment

Считаем, что перемещение капли в направлении движения опрыскивателя незначительным, тогда параметры движения можно определять в плоскости xOz , начало которой поместим в точку вылета капли из сопла распылителя O (рис. 1).

Уравнения движения капли относительно осей будут иметь такой вид:

$$Ox: m_k \frac{dv_{kx}}{dt} = -\frac{\xi \rho_b S_k}{2} v_{kx}^2; \quad (2)$$

$$Oz: m_k \frac{dv_{kz}}{dt} = m_k g - \frac{\xi \rho_b S_k}{2} v_{kz}^2, \quad (3)$$

где v_{kx} , v_{kz} – составляющие скорости движения капли вдоль осей Ox и Oz :

$$v_{kx} = v_k \sin \gamma_p; \quad v_{kz} = v_k \cos \gamma_p;$$

Разделив уравнения (2) и (3) на m_k , получим

$$\frac{dv_{kx}}{dt} = -\frac{\xi \rho_b S_k}{2m_k} v_{kx}^2.$$

$$\frac{dv_{kz}}{dt} = g - \frac{\xi \rho_b S_k}{2m_k} v_{kz}^2.$$

Учитывая шарообразную форму капли [1, 2, 12, 13, 19, 20] (объем капли $V_k = \frac{4}{3}\pi r_k^3$, площадь сечения капли $S_k = \pi r_k^2$), зависимость $m_k = \rho_k V_k$ (ρ_k – плотность рабочей жидкости) преобразуем зависимости к такому виду:

$$\frac{dv_{kx}}{dt} = -\frac{\xi \rho_B S_k}{2\rho_k V_k} v_{kx}^2;$$

$$\frac{dv_{kz}}{dt} = g - \frac{\xi \rho_B S_k}{2\rho_k V_k} v_{kz}^2.$$

Тогда уравнения движения (2) и (3) примут следующий вид:

$$\frac{dv_{kx}}{dt} = -\frac{3}{8} \frac{C_V}{r_k} v_{kx}^2, \quad (4)$$

$$\frac{dv_{kz}}{dt} = g - \frac{3}{8} \frac{C_V}{r_k} v_{kz}^2, \quad (5)$$

где $C_V = \frac{\xi \rho_B}{\rho_k}$.

Предположим, что радиус капли r_k с течением времени убывает по закону [11], тогда

$$r_k = \frac{r_{k0}}{1 + \psi t}, \quad (6)$$

где r_{k0} – радиус капли, который соответствует времени $t = 0$, т.е. начальному времени вылета капли из сопла; ψ – интенсивность убывания радиуса капли.

Заметим, что [1, 2, 9]

$$\frac{dv_k}{dt} = \frac{dv_k}{dt} \frac{dr_k}{dr_k} = \frac{dv_k}{dr_k} \frac{dr_k}{dt} = -\frac{r_k^2 \psi}{r_{k0}} \frac{dv_k}{dr_k}. \quad (7)$$

Тогда уравнения (4) и (5) с учетом выражения (7) преобразуются к такому виду:

$$-\frac{r_k^2 \psi}{r_{k0}} \frac{dv_{kx}}{dr_k} + \frac{3}{8} \frac{C_V}{r_k} v_{kx}^2 = 0; \quad (8)$$

$$-\frac{r_k^2 \psi}{r_{k0}} \frac{dv_{kz}}{dr_k} + \frac{3}{8} \frac{C_V}{r_k} v_{kz}^2 = g, \quad (9)$$

перепишем их как

$$-\frac{dv_{kx}}{dr_k} + \frac{3}{8} \frac{r_{k0} C_V}{r_k^3 \psi} v_{kx}^2 = 0; \quad (10)$$

$$-\frac{dv_{kz}}{dr_k} + \frac{3}{8} \frac{r_{k0} C_V}{r_k^3 \psi} v_{kz}^2 = \frac{gr_{k0}}{r_k^2 \psi}. \quad (11)$$

Обозначим

$$k_1 = \frac{3}{8} \cdot \frac{r_{k0} C_V}{\psi}; k_2 = \frac{gr_{k0}}{\psi}. \quad (12)$$

Рассмотрим движение капли вдоль оси Ox . Уравнение (10) с учетом обозначений формулы (12) примет следующий вид:

$$\frac{dv_{kx}}{dr_k} = \frac{k_1}{r_k^3} \cdot v_{kx}^2,$$

или

$$\frac{dv_{kx}}{v_{kx}^2} = k_1 \frac{dr_k}{r_k^3}. \quad (13)$$

После интегрирования получим

$$-\frac{1}{v_{kx}} = -\frac{k_1}{2r_k^2} + C_1, \quad (14)$$

где C_1 – постоянная интегрирования. При начальных условиях $t = 0, r_k = r_{k0}, v_{kx} = v_{kx0}$ получим

$$C_1 = \frac{k_1}{2r_{k0}^2} - \frac{1}{v_{kx0}}. \quad (15)$$

Подставив формулу (15) в выражение (14), получим выражение для изменения радиуса капли вдоль оси Ox в зависимости от текущей и начальной скорости, параметров аэродинамического сопротивления, начального радиуса r_{k0} :

$$r_k = \sqrt{\frac{3C_V r_{k0}^3 v_{kx0} v_{kx}}{16\psi r_{k0}^2 (v_{kx0} - v_{kx}) + 3v_{kx} v_{kx0} C_V r_{k0}}}. \quad (16)$$

Из выражения (16) следует, что при полете капли ее радиус уменьшается, так как при полете капли ее скорость убывает $v_{kx} < v_{kx0}$. При $v_{kx} = 0$ происходит полное испарение капли, т. е. $r_k = 0$. Предположим, что при достижении скорости $v_{kx} = \frac{v_{kx0}}{2}$ капля приобретает размеры, соответствующие $r_k = \frac{r_{k0}}{2}$, тогда из формулы (16) можно получить выражение для коэффициента интенсивности убывания радиуса (массы)

$$\psi = \frac{9C_V v_{kx0}}{16r_{k0}}. \quad (17)$$

Вернемся к уравнению (14), которое с учетом выражения (15) запишем в таком виде:

$$\frac{1}{v_{kx}} = \frac{k_1}{2} \left(\frac{1}{r_k^2} - \frac{1}{r_{k0}^2} \right) + \frac{1}{v_{kx0}}, \quad (18)$$

или

$$dt = \frac{k_1}{2} \left(\frac{1}{r_k^2} - \frac{1}{r_{k0}^2} \right) dx + \frac{1}{v_{kx0}} dx.$$

Так как

$$r_k = \frac{r_{k0}}{1 + \psi t}, \quad r_k^2 = \frac{r_{k0}^2}{(1 + \psi t)^2}.$$

Имеем

$$dt = \left[\frac{k_1}{2} \left(\frac{(1 + \psi t)^2}{r_{k0}^2} - \frac{1}{r_{k0}^2} \right) + \frac{1}{v_{kx0}} \right] dx = \left[\frac{k_1}{2r_{k0}^2} [(1 + \psi t)^2 - 1] + \frac{1}{v_{kx0}} \right] dx.$$

или

$$\int \frac{dt}{\frac{k_1}{2r_{k0}^2} [(1 + \psi t)^2 - 1] + \frac{1}{v_{kx0}}} = \int dx. \quad (19)$$

Обозначим через $A = \frac{k_1}{2r_{k0}^2}, B = \frac{1}{v_{kx0}}$, тогда выражение (19) примет следующий вид

$$\int \frac{dt}{A((1 + \psi t)^2 - 1) + B} = \int dx. \quad (20)$$

Сделаем замену

$$1 + \psi t = Z$$

Откуда

$$t = \frac{Z - 1}{\psi},$$

или

$$\frac{dt}{dZ} = \frac{1}{\psi}, \quad dt = \frac{1}{\psi} dZ.$$

Тогда левая часть уравнения (20) преобразуется следующим образом:

$$\frac{1}{\psi} \int \frac{dZ}{AZ^2 - A + B} = \frac{1}{\psi} \int \frac{dZ}{AZ^2 - D} = \frac{1}{\psi A} \int \frac{dZ}{Z^2 - \frac{D}{A}},$$

$$\text{где } D = A - B = \frac{k_1}{2r_{k_0}^2} - \frac{1}{v_{kx_0}}.$$

$$\text{Обозначим } \frac{D}{A} = N^2 \text{ или } N^2 = \frac{\left(\frac{k_1}{2r_{k_0}^2} - \frac{1}{v_{kx_0}} \right) 2r_{k_0}^2}{k_1}.$$

Проинтегрировав выражение, получим

$$\frac{1}{\psi A} \int \frac{dZ}{Z^2 - N^2} = - \frac{1}{\psi A} \int \frac{dZ}{N^2 - Z^2} = - \frac{1}{2\psi A} \ln \frac{N+Z}{N-Z} + C_2. \quad (21)$$

Подставим выражение (21) в формулу (20), вернувшись к переменной t :

$$-\frac{r_{k_0}^2}{\psi k_1} \ln \frac{\sqrt{\frac{2r_{k_0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k_0}^2} + \frac{1}{v_{kx_0}} \right)} + 1 + \psi t}{\sqrt{\frac{2r_{k_0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k_0}^2} + \frac{1}{v_{kx_0}} \right)} - 1 - \psi t} = x + C_2 \quad (22)$$

(C_2 – постоянная интегрирования).

$$\text{Обозначим } \sqrt{\frac{2r_{k_0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k_0}^2} + \frac{1}{v_{kx_0}} \right)} = J \text{ и определим } C_2 \text{ из начальных условий при } t = 0, x_0 = 0:$$

$$C_2 = -\frac{r_{k_0}^2}{\psi k_1} \ln \frac{J+1}{J-1}. \quad (23)$$

Подставим равенство (23) в формулу (22), получим

$$-\frac{r_{k_0}^2}{\psi k_1} \ln \frac{J+1+\psi t}{J-1-\psi t} = -\frac{r_{k_0}^2}{\psi k_1} \ln \frac{J+1}{J-1} + x,$$

или

$$\frac{r_{k_0}^2}{\psi k_1} \ln \left[\frac{J+1}{J-1} \cdot \frac{J-1-\psi t}{J+1+\psi t} \right] = x. \quad (24)$$

Распишем выражение (24) и определим время горизонтального полета капли:

$$\frac{J+1}{J-1} \cdot \frac{J-1-\psi t}{J+1+\psi t} = e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k_0}^2}}.$$

Далее уравнение перепишем как

$$\frac{J-1-\psi t}{J+1+\psi t} = \frac{J-1}{J+1} e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k_0}^2}},$$

или

$$J-1-\psi t = \frac{J-1}{J+1} (J+1) e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k_0}^2}} + \frac{J-1}{J+1} \psi t e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k_0}^2}}.$$

Или

$$t \left(\frac{J-1}{J+1} \psi e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}} + \psi \right) = - (J-1) e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}} - 1 + J.$$

Откуда время полета капли в зависимости от координаты x будет

$$t = \frac{J-1 - (J-1)e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}}}{\frac{J-1}{J+1}\psi e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}} + \psi} = \frac{(J+1)(J-1 - (J-1)e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}})}{(J-1)\psi e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}} + \psi(J+1)},$$

или

$$t = \frac{(1 - e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}})(J^2 - 1)}{(J-1)\psi e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}} + \psi(J+1)}.$$

С учетом $J = \sqrt{\frac{2r_{k0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k0}^2} + \frac{1}{v_{kx0}} \right)}$, получим

$$t = \frac{\left(\sqrt{\frac{2r_{k0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k0}^2} + \frac{1}{v_{kx0}} \right)} + 1 \right) \left(\sqrt{\frac{2r_{k0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k0}^2} + \frac{1}{v_{kx0}} \right)} - 1 - \left(\sqrt{\frac{2r_{k0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k0}^2} + \frac{1}{v_{kx0}} \right)} - 1 \right) e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}} \right)}{\left(\sqrt{\frac{2r_{k0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k0}^2} + \frac{1}{v_{kx0}} \right)} - 1 \right) \psi e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}} + \psi \left(\sqrt{\frac{2r_{k0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k0}^2} + \frac{1}{v_{kx0}} \right)} + 1 \right)},$$

или

$$t = \frac{\left(1 - e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}} \right) \left(\frac{2r_{k0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k0}^2} + \frac{1}{v_{kx0}} \right) - 1 \right)}{\left(\sqrt{\frac{2r_{k0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k0}^2} + \frac{1}{v_{kx0}} \right)} - 1 \right) \psi e^{\frac{\psi k_1 x}{r_{k0}^2}} + \psi \left(\sqrt{\frac{2r_{k0}^2}{k_1} \left(\frac{k_1}{2r_{k0}^2} + \frac{1}{v_{kx0}} \right)} + 1 \right)}.$$

Выражение (18) перепишем в следующем виде:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{k_1}{2} \left(\frac{1}{r_k^2} - \frac{1}{r_{k0}^2} \right) + \frac{1}{v_{kx0}},$$

или

$$1 = \left[\frac{k_1}{2} \left(\frac{1}{r_k^2} - \frac{1}{r_{k0}^2} \right) + \frac{1}{v_{kx0}} \right] \frac{dx}{dt}. \quad (25)$$

Воспользуемся представлением

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dt} \frac{dr_k}{dr_k} = \frac{dx}{dr_k} \frac{dr_k}{dt} = \frac{dx}{dr_k} \frac{r_k^2 \psi}{r_{k0}^2}, \quad (26)$$

Подставим уравнение (26) в формулу (25), получим уравнение

$$\frac{r_{k_0}}{r_k^2 \psi} = \left[\frac{k_1}{2} \left(\frac{1}{r_k^2} - \frac{1}{r_{k_0}^2} \right) + \frac{1}{v_{kx_0}} \right] \frac{dx}{dr_k},$$

которое преобразуем к виду

$$\frac{r_{k_0} dr_k}{r_k^2 \psi \left[\frac{k_1}{2r_k^2} - \frac{k_1}{2r_{k_0}^2} + \frac{1}{v_{kx_0}} \right]} = dx;$$

или

$$\frac{dr_k}{\left(\frac{\psi}{v_{kx_0}} - \frac{k_1 \psi}{2r_{k_0}^2} \right) (r_k^2 - D_1^2)} = \frac{1}{r_{k_0}} dx,$$

$$\text{где } D_1^2 = \frac{k_1 \psi}{2} \cdot \frac{2r_{k_0}^2 v_{kx_0}}{(2r_{k_0}^2 \psi - v_{kx_0} k_1 \psi)} = \frac{k_1 r_{k_0}^2 v_{kx_0}}{2r_{k_0}^2 - k_1 v_{kx_0}},$$

или

$$-\frac{dr_k}{D_1^2 - r_k^2} = \frac{\left(\frac{\psi}{v_{kx_0}} - \frac{k_1 \psi}{2r_{k_0}^2} \right)}{r_{k_0}} dx. \quad (27)$$

Проинтегрируем данное выражение:

$$-\int \frac{dr_k}{D_1^2 - r_k^2} = \frac{1}{r_{k_0}} \left(\frac{\psi}{v_{kx_0}} - \frac{k_1 \psi}{2r_{k_0}^2} \right) \int dx.$$

Получим

$$-\frac{1}{2D_1} \ln \frac{D_1 + r_k}{D_1 - r_k} = \frac{1}{r_{k_0}} \left(\frac{\psi}{v_{kx_0}} - \frac{k_1 \psi}{2r_{k_0}^2} \right) x + C_3 \quad (28)$$

(C_3 – постоянная интегрирования).

При начальных условиях $x_0 = 0$, $r_k = r_{k_0}$

$$C_3 = -\frac{1}{2D_1} \ln \frac{D_1 + r_{k_0}}{D_1 - r_{k_0}}. \quad (29)$$

Подставив выражение (29) в формулу (28), придем к равенству

$$\frac{1}{2D_1} \left[\ln \frac{D_1 + r_{k_0}}{D_1 - r_{k_0}} - \ln \frac{D_1 - r_k}{D_1 + r_k} \right] = \frac{1}{r_{k_0}} \left(\frac{\psi}{v_{kx_0}} - \frac{k_1 \psi}{2r_{k_0}^2} \right) x,$$

которое перепишем так:

$$\ln \left[\frac{(D_1 + r_{k_0})}{(D_1 - r_{k_0})} \cdot \frac{(D_1 - r_k)}{(D_1 + r_k)} \right] = \frac{2D_1}{r_{k_0}} \left(\frac{\psi}{v_{kx_0}} - \frac{k_1 \psi}{2r_{k_0}^2} \right) x,$$

или

$$\frac{(D_1 + r_{k_0})}{(D_1 - r_{k_0})} \cdot \frac{(D_1 - r_k)}{(D_1 + r_k)} = e^{Wx}, \quad (30)$$

$$\text{где } W = \frac{2D_1}{r_{k_0}} \left(\frac{\psi}{v_{kx_0}} - \frac{k_1 \psi}{2r_{k_0}^2} \right). \quad (31)$$

Далее равенство (30) запишем в таком виде:

$$\frac{D_1 - r_k}{D_1 + r_k} = \frac{D_1 - r_{k0}}{D_1 + r_{k0}} e^{Wx}, \quad (32)$$

или

$$r_k \left(\frac{D_1 - r_{k0}}{D_1 + r_{k0}} e^{Wx} + 1 \right) = D_1 \left(1 - \frac{D_1 - r_{k0}}{D_1 + r_{k0}} e^{Wx} \right).$$

Откуда получим зависимость изменения радиуса капли от координаты x , т.е. горизонтального перемещения

$$r_k = \frac{D_1 \left(1 - \frac{D_1 - r_{k0}}{D_1 + r_{k0}} e^{Wx} \right)}{\left(\frac{D_1 - r_{k0}}{D_1 + r_{k0}} e^{Wx} + 1 \right)}. \quad (33)$$

Рассмотрим полет капли вдоль оси Oz , для чего уравнение (5) представим в следующем виде

$$\frac{dv_{kz}}{dt} = g - k_3 v_{kz}^2, \quad (34)$$

где $k_3 = \frac{3}{8} \frac{C_V}{r_k}$.

Уравнение (34) запишем как

$$\frac{dv_{kz}}{dt} = k_3 \left(\frac{g}{k_3} - v_{kz}^2 \right),$$

или

$$\frac{dv_{kz}}{dt} = k_3 \left(k_4^2 - v_{kz}^2 \right), \quad (35)$$

где $k_4^2 = \frac{g}{k_3}$.

Для условия $k_4^2 > v_{kz}^2$ проинтегрируем выражение (35):

$$\int \frac{dv_{kz}}{k_4^2 - v_{kz}^2} = k_3 \int dt.$$

Решение данного уравнения при начальных условиях $t = 0$, v_{kz0} будет иметь следующий вид:

$$v_{kz} = \frac{k_4 \left(e^{2k_4 k_3 t} - 1 \right)}{e^{2k_4 k_3 t} + 1}. \quad (36)$$

Найдем координату капли на оси Oz , представив в формулу (36) скорость $v_{kz} = \frac{dz}{dt}$:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{k_4 \left(e^{k_4 k_3 t} - 1 \right)}{e^{k_4 k_3 t} + 1}. \quad (37)$$

При начальных условиях $t = 0$, $z_0 = 0$, получим следующее уравнение:

$$z = \frac{1}{k_3} \ln \left| \frac{e^{2k_3 k_4 t} + 1}{2} \right| - k_4 t. \quad (38)$$

При испарении капли закон изменения ее массы определяется выражением [11]

$$\frac{dm_k}{dt} = -4\pi \rho_k r_k^2 \frac{dr_k}{dt}. \quad (39)$$

Согласно закону Фика [12], изменение массы капли при испарении

$$\frac{dm_k}{dt} = \alpha_m 4\pi r_k^2 (w_k - w_c), \quad (40)$$

где α_m – коэффициент массоотдачи с поверхности капли в среду, $\frac{K\Gamma}{M^2 \cdot C}$; w_k , w_c – влагосодержание воздушной среды на границе с каплей и вдали от нее соответственно.

Уравнения (39) и (40) дают соотношение закона переноса массы капли в среду [11]:

$$4\pi\rho_k r_k^2 \frac{dr_k}{dt} + \alpha_m 4\pi r_k^2 (w_k - w_c), \quad (41)$$

или

$$\rho_k \frac{dr_k}{dt} + \alpha_m (w_k - w_c) = 0. \quad (42)$$

Учитывая, что $r_k = \frac{r_{k0}}{1 + \psi t}$, имеем такое равенство:

$$\frac{dr_k}{dt} = -\frac{r_{k0} \psi}{(1 + \psi t)^2}. \quad (43)$$

Следовательно,

$$1 + \psi t = \frac{r_{k0}}{r_k}. \quad (44)$$

Подставив выражение (44) в формулу (43), получим

$$\frac{dr_k}{dt} = -\frac{r_{k0} \psi r_k^2}{r_{k0}^2} = -\frac{\psi r_k^2}{r_{k0}}. \quad (45)$$

Подставив выражение (45) в формулу (42), получим

$$\rho_k \frac{\psi r_k^2}{r_{k0}} = \alpha_m (w_k - w_c).$$

Откуда

$$r_k^2 = \frac{r_{k0}}{\rho_k \psi} \alpha_m (w_k - w_c). \quad (46)$$

Приравняв правые части выражений (46), (16), получим

$$\frac{3C_V r_{k0}^3 v_{kx_0} v_{kx}}{16\psi r_{k0}^2 (v_{kx_0} - v_{kx_0}) + 3v_{kx} v_{kx_0} C_V r_{k0}} = \frac{r_{k0}}{\rho_k \psi} \alpha_m (w_k - w_c),$$

или

$$\frac{3C_V r_{k0}^2 v_{kx_0} v_{kx}}{16\psi r_{k0}^2 (v_{kx_0} - v_{kx_0}) + 3v_{kx} v_{kx_0} C_V r_{k0}} = \frac{\alpha_m (w_k - w_c)}{\rho_k \psi}.$$

Пусть $r_k = \frac{r_{k0}}{2}$, тогда из равенства (46) имеем

$$\frac{r_{k0}^2}{4} = \frac{r_{k0} \alpha_m (w_k - w_c)}{\rho_k \psi},$$

или

$$\frac{r_{k0}}{4} = \frac{\alpha_m (w_k - w_c)}{\rho_k \psi}. \quad (47)$$

Откуда

$$\psi = \frac{4\alpha_m (w_k - w_c)}{\rho_k r_{k0}}. \quad (48)$$

Приравнив правые части равенств (48) и (18), получим

$$\frac{9C_V v_{kx_0}}{16r_{k0}} = \frac{4\alpha_m (w_k - w_c)}{\rho_k r_{k0}}. \quad (49)$$

Из данного равенства определим коэффициент массоотдачи с поверхности капли, который будет равен

$$\alpha_m = \frac{9C_V v_{kx_0} \rho_k}{64(w_k - w_c)}. \quad (50)$$

Заключение. Рассмотрена модель изменения радиуса (массы) капли рабочего раствора пестицида в плоскости xOz в предположении, что инерционное перемещение в направлении движения агрегата незначительно. Изменение радиуса капли определяется относительно одной координаты Ox , так как только одно вертикальное падение капли не рассматривается.

В результате проведенных теоретических исследований получено уравнение изменения радиуса капли в зависимости от изменения составляющей скорости вдоль оси Ox . Анализ данной формулы показывает, что с затуханием скорости полета капли радиус капли уменьшается. Получена формула для определения интенсивности убывания капли, которая включает ее радиус, начальную скорость и безразмерный коэффициент сопротивления окружающей среды. Получена зависимость между коэффициентами перемещения капли вдоль оси Ox и времени t . Приведено выражение для изменения радиуса капли в зависимости от координаты x , т.е. горизонтального перемещения. Приведены уравнения зависимости изменения скорости и вертикальной координаты движения капли от времени. Определен коэффициент массоотдачи с поверхности капли в зависимости от коэффициента сопротивления, начальной скорости, плотности среды на границе капли и растительной среды, подверженной обработке.

Полученные результаты могут быть использованы в машиностроении при проектировании и испытаниях распылителей и форсунок, разработке конструкций устройств защиты факелов распыла рабочих растворов от воздействия ветра в полевых опрыскивательях, моделировании процесса падения капель с изменяющейся массой.

Список использованных источников

1. Крук, И. С. Способы и технические средства защиты факела распыла от прямого воздействия ветра в конструкциях полевых опрыскивателей / И. С. Крук, Т. П. Кот, О. В. Гордеенко ; Белорус. гос. аграр. техн. ун-т. – Минск : БГАТУ, 2015. – 283 с.
2. Гордеенко, О. В. Повышение эффективности ухода за посевами овощных культур на гребнях совершенствованием оборудования для ленточного внесения гербицидов : дис. ... канд. техн. наук : 05.20.01 / О. В. Гордеенко. – Горки, 2004. – 169 л.
3. Корсунов, Ю. А. Экспериментальное исследование дробления капель жидкости при низких значениях числа Рейнольдса / Ю. А. Корсунов, А. В. Тишин // Изв. Акад. наук СССР. Механика жидкости и газа. – 1971. – №2. – С. 128–138.
4. Защита растений в устойчивых системах землепользования : в 4 кн. Кн. 4. / Д. Шпаар [и др.] ; под общ. ред. Д. Шпаара ; Федер. М-во по защите прав потребителей продовольствия и сел. хоз-ва Федератив. Респ. Германии. – Минск : [б. и.], 2004. – 346 с.
5. Сельскохозяйственная авиация: защита растений и внесение удобрений : сб. ст. : пер. с англ. и фр. / под общ. ред. и со вступ. ст. Б. И. Рукавишникова. – М. : Колос, 1967. – 439 с.
6. Маркевич, А. Е. Основы эффективного применения пестицидов : справ. в вопр. и ответах по механизации и контролю качества применения пестицидов в сел. хоз-ве / А. Е. Маркевич, Ю. Н. Немировец. – Горки : Могилев. гос. учеб. центр подгот., повышения квалификации, переподгот. кадров, консультирования и аграр. реформы, 2004. – 63 с.
7. Клочков, А. В. Механизация химической защиты растений / А. В. Клочков, А. Е. Маркевич ; Белорус. гос. с.-х. акад. – Горки : [б. и.], 2008. – 228 с.
8. Математическое моделирование падения капли пестицида при химической защите посевов / И. С. Крук [и др.] // Агропанorama. – 2013. – №3. – С. 9–11.
9. Методика инженерного расчета кинематических параметров движения капель рабочего раствора пестицидов в воздушной среде / О. В. Гордеенко [и др.] // Агропанorama. — 2011. – №6. – С. 6–10.
10. Мещерский, И. В. Работы по механике тел переменной массы / И. В. Мещерский ; предисл. и вступ. ст. А. А. Космодемьянского. – 2-е изд. – М. : Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1952. – 280 с.
11. Емельянов, А. Л. Кинетика испарения капель в системах охлаждения теплонагруженных элементов приборов / А. Л. Емельянов, Е. С. Платунов // Изв. вузов. Приборостроение. – 2011. – Т. 54, №1. – С. 84–88.
12. Ольшанский, В. П. Аналитическое решение задачи о падении шара, радиус которого убывает по дробно-линейному закону / В. П. Ольшанский, С. В. Ольшанский // Техн. механика. – 2014. – №2. – С. 73–78.
13. Ольшанский, В. П. К моделированию падения испаряющейся капли диспергированного огнетушащего вещества / В. П. Ольшанский, С. В. Ольшанский // Пожаровзрывобезопасность. – 2006. – Т. 15, №1. – С. 41–45.
14. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. – 10-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1986. – 416 с.
15. Рогов, В. П. Коэффициент сопротивления частиц и капель / В. П. Рогов // Науч. тр. Дальрыбвтуза. – 2007. – Вып. 19. – С. 95–105.
16. Рогов, В. П. К расчету скорости витания капель воды / В. П. Рогов, О. В. Повалихина // Науч. тр. Дальрыбвтуза. – 2007. – Вып. 19. – С. 91–95.
17. Динамика капель диспергированной струи в поперечном потоке газа / О. В. Долгушина [и др.] // Вестн. Челяб. гос. ун-та. – 2012. – №30 (284), вып. 14. – С. 26–31.

18. Гур'яшкин, Л. П. Испарение и динамика капель азота в воздухе / Л. П. Гур'яшкин, А. Л. Стасенко // Учен. зап. ЦАГИ. – 1991. – Т. 22, № 6. – С. 70–74.
19. Броунштейн, Б. И. Гидродинамика, массо- и теплообмен в дисперсных потоках / Б. И. Броунштейн, Г. А. Фишбейн. – Л. : Химия, 1977. – 279 с.
20. Фукс, Н. А. Механика аэрозолей / Н. А. Фукс ; Акад. наук СССР, Ин-т науч. информ. – М. : Изд-во Акад. наук СССР, 1955. – 352 с.

References

1. Kruk I. S., Kot T. P., Gordeenko O. V. *Methods and technical means of protection of the spray torch from direct exposure to wind in the design of field sprayers*. Minsk, Belarusian State Agrarian Technical University, 2015. 283 p. (in Russian).
2. Gordeenko O. V. *Improving the efficiency of vegetable crops cultivation along the ridges by improving equipment for the belt application of herbicides*. Ph.D. Thesis. Gorki, 2004. 169 p. (in Russian).
3. Korsunov Yu. A., Tishin A. V. An experimental study of the crushing of liquid drops at low Reynolds numbers. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Bulletin of the Academy of Sciences of the USSR. Fluid and Gas Mechanics], 1971, no. 2, pp. 128-138 (in Russian).
4. Spaar D. (ed.). *Plant protection in sustainable land use systems. Book 4*. Minsk, 2004. (in Russian).
5. Rukavishnikov B. I. (ed.). *Agricultural aviation: plant protection and fertilizing*. Moscow, Kolos Publ., 1967. 439 p. (in Russian).
6. Markevich A. E., Nemirovets Yu. N. *The basics of effective use of pesticides*. Gorki, Mogilev State Educational Center for Training, Continuing Education, Retraining, Counseling and Agrarian Reform, 2004. 63 p. (in Russian).
7. Klochkov A. V., Markevich A. E. *Mechanization of chemical plant protection*. Gorki, 2008. 228 p. (in Russian).
8. Kruk I. S., Biza Yu. S., Muchinskii A. V., Nazarov F. I. Mathematical modeling of a fall-off of a pesticide drop in the chemical protection of crops. *Agropanorama*, 2013, no. 3, pp. 9-11 (in Russian).
9. Gordeenko O. V., Kruk I. S., Kaminskii E., Titov Yu. I., Novikov A. A. The technique of engineering calculation of the kinematic parameters of the movement of drops of a working solution of pesticides in the air. *Agropanorama*, 2011, no. 6, pp. 6-10 (in Russian).
10. Meshcherskii I. V. *Works on the mechanics of bodies with varying mass*. 2nd ed. Moscow, State Publishing House for Technical and Theoretical Literature, 1952. 280 p.
11. Emel'yanov A. L., Platunov E. S. The evaporation kinetics of drops in cooling systems of heat-loaded elements of devices. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie = Journal of Instrument Engineering*, 2011, vol. 54, no. 1, pp. 84-88 (in Russian).
12. Ol'shanskii V. P., Ol'shanskii S. V. An analytical solution to the problem of falling of a sphere whose radius reduces according to the linear-fractional law. *Tekhnicheskaya mehanika = Technical Mechanics*, 2014, no. 2, pp. 73-78 (in Russian).
13. Ol'shanskii V. P., Ol'shanskii S. V. Modelling of falling of an evaporating drop of a dispersed extinguishing agent. *Pozharovzryvobezopasnost' = Fire and Explosion Safety*, 2006, vol. 15, no. 1, pp. 41-45 (in Russian).
14. Targ S. M. *A short course of theoretical mechanics*. 10nd ed. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1986. 416 p. (in Russian).
15. Rogov V. P. Particle and drop resistance coefficient. *Nauchnye trudy Dal'rybvtuza = Scientific Journal of DALRYBVTUZ*, 2007, iss. 19, pp. 95-105 (in Russian).
16. Rogov V. P., Povalikhina O. V. To the calculation of the rate of soaking of water drops. *Nauchnye trudy Dal'rybvtuza = Scientific Journal of DALRYBVTUZ*, 2007, iss. 19, pp. 91-95 (in Russian).
17. Dolgushina O. V., Platonov N. I., Belousov V. S., Dolgushin D. M. Dynamics of drops of a dispersed jet in a transverse gas flow. *Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of Chelyabinsk State University], 2012, no. 30 (284), iss. 14, pp. 26-31 (in Russian).
18. Gur'yashkin L. P., Stasenko A. L. Evaporation and dynamics of nitrogen droplets in the air. *Uchenye zapiski TsAGI = TsAGI Science Journal*, 1991, vol. 22, no. 6, pp. 70-74 (in Russian).
19. Brounshtein B. I., Fishbein G. A. *Hydrodynamics, mass and heat transfer in dispersed flows*. Leningrad, Khimiya Publ., 1977. 279 p. (in Russian).
20. Fuks N. A. *The mechanics of aerosols*. Moscow, Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR, 1955. 352 p. (in Russian)

Інформация об авторах

Крук Ігор Степанович – кандидат техніческих наук, доцент, заместитель ректора по науке, Белорусский государственный аграрный технический университет (пр. Независимости, 99, 220023 Минск, Республика Беларусь). E-mail: krug_igar@mail.ru. orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0333-2065>

Юрий Власович Чигарев – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики, Белорусский государственный аграрный технический университет (пр. Независимости, 99, 220023 Минск, Республика Беларусь). E-mail: volna17@yandex.ru

Романюк Вацлав – хаб. доктор технических наук, профессор, Институт технологических и естественных наук в Фалентах, отдел в Варшаве (ул. Раковецкая, 14, Варшава, Польша). E-mail: w.romaniuk@itp.edu.pl

Information about the author

Igor S. Kruk - Ph.D. (Engineering), Assistant Professor. The Belarusian State Agrarian Technical University (99 Nezavisimosti Ave., 220023 Minsk, Belarus). E-mail: krug_igar@mail.ru. orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0333-2065>

Yuriy V. Chigarev - Ph.D. (Physics and Mathematics), Associate Professor. The Belarusian State Agrarian Technical University (99 Nezavisimosti Ave., 220023 Minsk, Belarus). E-mail: volna17@yandex.ru

Vatslav Romanyuk - D. Sc. (Engineering), Professor. Institute of Technology and Life Science Falenty, Warsaw Department (14 Rakovetskaya Str., Warsaw, Poland). E-mail: w.romaniuk@itp.edu.pl