

МЕХАΝІЗАЦЫЯ І ЭНЕРГЕТЫКА

УДК 621.929:636(476)

И. М. ШВЕД¹, А. В. КИГУН¹, В. И. ПЕРЕДНЯ², Н. Н. ДЕДОК¹, В. М. КОЛОНЧУК¹

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИАМЕТРА И УГЛА ПОДЪЕМА ЛОПАСТИ МЕШАЛКИ

*¹Белорусский государственный аграрный технический университет,
Минск, Республика Беларусь, e-mail: terechovich@mail.ru*

*²Научно-практический центр НАН Беларуси по механизации сельского хозяйства, Минск,
Республика Беларусь*

(Поступила в редакцию 02.11.2012)

Современное животноводство для обеспечения благоприятного экономического положения должно быстро реагировать на требования рынка сбыта продукции. Это возможно при наличии механизмов, определяющих место и время реализации управляющих воздействий в технологической цепи производства [1].

Одним из путей решения поставленной задачи в животноводстве является внедрение в производство новых технологий и технических средств, позволяющих рационально использовать материальные, кормовые и другие ресурсы. Это может осуществить постоянная модернизация оборудования, в частности, мешалок, как машин, применяемых для перемешивания различных видов жидких масс.

Цель работы – определение диаметра и угла подъема лопасти мешалки, а также условий, при которых лопасть не может перемещать материал вдоль винтовой линии.

В настоящее время существует ряд теорий, например таких, как дисковая, вихревая, лопастная [2–4], они позволяют с высокой степенью достоверности и быстро рассчитать аэродинамические характеристики винта. Однако данные теории имеют ряд допущений и ограничений на расчет аэродинамической интерференции, режимы работы винта, что ограничивает их применение.

Эффективность лопастей мешалки определяется траекторией движения перемещаемой массы по ее поверхности с момента захвата до момента срыва. Попадая на лопасть, материал совершает сложное движение: относительное по лопасти и вращательное вместе с ней.

Подача перемещаемой массы лопастью мешалки зависит от параметров ее винтовой поверхности, кинематического режима работы, числа лопастей мешалки и др. [5].

Неоднозначно решенной задачей является определение угла атаки сечения лопасти в рассматриваемый момент времени при произвольном изменении кинематических параметров. В работах [6, 7] предлагается способ решения данной задачи посредством расчета результирующих скоростей в ряде точек, располагаемых перед лопастью в плоскости вращения винта.

При определении угла подъема лопасти мешалки процесс перемещения массы данной лопастью можно рассматривать как воздействие винтовой поверхности на перемещаемые частицы. В качестве транспортирующей поверхности лопасти принять прямую винтовую поверхность с постоянным шагом, применяемую как для транспортирования материала, так и для его перемешивания.

Винтовая поверхность образуется как след движения линии, вращающейся около оси Z и перемещающейся вдоль ее по закону движения частицы массы, относительно данной оси:

$$z = \frac{S}{2\pi} \omega t, \quad (1)$$

т. е. приращение аппликаты z пропорционально углу поворота образующей ωt и шагу винтовой линии S .

Если образующая перпендикулярная к оси перемещается поступательно и вращательно с постоянной скоростью, то получается прямая винтовая поверхность с постоянным шагом. Вращение такой винтовой поверхности можно изобразить на плоскости перемещением прямоугольного треугольника в направлении, перпендикулярном к оси Z . Развертка наружной винтовой линии на плоскость представляет прямую AB , которая является гипотенузой треугольника с углом наклона γ_1 , к образующей (рис. 1).

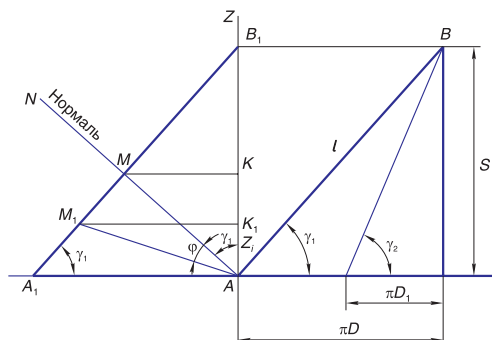


Рис. 1. Схема взаимосвязи параметров лопасти мешалки

Осевую длину лопастей определяем из выражения [8]:

$$l = S\tau_{cp} \sin \gamma_1, \quad (2)$$

где l – осевая длина лопастей, м; τ_{cp} – густота лопастной решетки мешалки на среднем диаметре; S – шаг винтовой линии, м; γ_1 – угол подъема лопасти мешалки, град.

Шаг S винтовой линии определяется по формуле [8]:

$$S = \frac{\pi D}{n}, \quad (3)$$

где D – диаметр мешалки, м; n – число лопастей мешалки, шт.

Выразим из формулы (2) угол γ_1 , равный углу подъема лопасти мешалки, и подставим выражение (3):

$$\sin \gamma_1 = \frac{ln}{\pi D \tau_{cp}}. \quad (4)$$

С изменением диаметра D до D_1 угол наклона развертки винтовых линий увеличивается от его наименьшего значения γ_1 на наружной кромке поверхности до наибольшего γ_2 на внутренней кромке поверхности, охватывающей вал мешалки (см. рис. 1).

Винтовая поверхность, перемещая частицу, воздействует на нее так, что давление в каждой рассматриваемой точке направлено по нормали к винтовой поверхности. Углы, образуемые нормалью и касательной в произвольно выбранной точке и винтовой поверхности с осями координат, определяются величинами их косинусов.

Косинусы угла, который образует касательная к винтовой поверхности в данной точке с осями X, Y, Z соответственно, определяются следующими зависимостями:

$$\begin{cases} \cos(S, X) = \cos \gamma_1 \sin \omega t, \\ \cos(S, Y) = \cos \gamma_1 \cos \omega t, \\ \cos(S, Z) = \sin \gamma_1. \end{cases} \quad (5)$$

Косинусы угла, который образует нормаль к винтовой поверхности с осями X , Y , Z соответственно, определяются такими зависимостями:

$$\begin{cases} \cos(N, X) = \sin \gamma_1 \sin \omega t, \\ \cos(N, Y) = -\sin \gamma_1 \cos \omega t, \\ \cos(N, Z) = -\cos \gamma_1, \end{cases} \quad (6)$$

где γ_1 – угол подъема лопасти мешалки, град; ωt – угол поворота образующей, град.

Угол, образуемый нормалью с осью Z , определяет транспортирующую способность винтовой поверхности. Чем меньше этот угол, тем больше направление давлений винтовой поверхности на частицу материала, что совпадает с направлением оси Z , вдоль которой перемещается частица.

Как видно из уравнения (6), значение этого угла зависит только от угла подъема винтовой линии γ_1 , т. е. от радиуса образующей, и не зависит от угла поворота образующей ωt .

Таким образом, нормаль к винтовой поверхности образует вдоль винтовой линии, взятой на этой поверхности, постоянный угол с осью Z , равный углу подъема лопасти мешалки γ_1 . Если бы между поверхностью и перемещаемой массой, на которую она воздействует, не было трения, то каждая частица материала двигалась бы строго в направлении нормали N . Сила трения, возникающая вследствие проскальзывания частиц перемещаемого материала относительно винтовой поверхности, отклоняет направление давления от направления нормали на угол трения.

$$\varphi = \arcsin f,$$

где f – коэффициент трения скольжения перемещаемого материала о винтовую поверхность.

Отклонение происходит в сторону, противоположную направлению скорости движения частицы материала относительно винтовой поверхности.

За один оборот винтовой поверхности около оси Z частица материала M перемещается (без учета сил трения) на расстояние AM , а в направлении оси Z – на расстояние AK (см. рис. 1). При силе трения материала частица перемещается на расстояние AM_1 , а вдоль оси Z – на расстояние AK_1 . Определим перемещение частицы M в направлении оси Z за один оборот с учетом сил трения. Из рис. 1 следует:

$$\begin{aligned} AK_1 &= AM_1 \cos(\gamma_1 + \varphi), \\ AM_1 &= S \frac{\cos \gamma_1}{\cos \varphi}. \end{aligned}$$

Тогда, упростив выражение, получим:

$$AK_1 = S \frac{\cos \gamma_1}{\cos \varphi} \cos(\gamma_1 + \varphi). \quad (7)$$

Заменив AK_1 через Z_i и $\sin \varphi$ через f , равенство (7) для определения величины перемещения частиц в направлении перемещения запишем в следующем виде:

$$Z_i = S(\cos^2 \gamma_1 - f \sin \gamma_1 \cos \gamma_1), \text{ или } Z_i = S(\cos^2 \gamma_1 - 0,5 f \sin 2\gamma_1). \quad (8)$$

Как видно из уравнения (8), перемещение частиц вдоль оси винтовой поверхности зависит от шага S , угла подъема лопасти мешалки γ_1 и коэффициента трения материала f . При постоянных S и f перемещение Z_i зависит только от угла подъема лопасти мешалки, на которой находится рассматриваемая частица, возрастая с увеличением радиуса винтовой поверхности.

Согласно уравнению (8), осевое перемещение Z_i принимает нулевое значение (винтовая поверхность теряет транспортирующую способность) в трех случаях:

- 1) при шаге винта $S = 0$;
- 2) при угле подъема лопасти мешалки $\gamma_1 = 90^\circ$;
- 3) при коэффициенте трения $f = \cos \gamma_1$.

Первые два случая практически не применимы, так как для винтовой поверхности должно выполняться условие $S > 0$ и $0 < \gamma_1 < 90^\circ$.

Проанализируем третий случай, когда $f = \cos \gamma_1$.

В соответствии с рис. 1 можно записать

$$\cos \gamma_1 = \sin(90^\circ - \gamma_1) = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma_1} = \sqrt{1 - \left(\frac{ln}{\pi D \tau_{cp}}\right)^2}. \quad (9)$$

Так как $Z_i = 0$, $f = \cos \gamma_1$, то равенство (9) дает возможность определить угол подъема лопасти мешалки, при котором лопасть не может перемещать материал вдоль винтовой линии.

Критический угол подъема винтовой линии:

$$\sin \gamma_{max} = \sin(90^\circ - \gamma_{кр}), \quad (10)$$

или $\gamma_{кр} = 90^\circ - \varphi_{max}$.

Одним из важных параметров, определяющим угол подъема лопасти мешалки, рассчитываемым по уравнению (9), является диаметр мешалки. Данный параметр характеризует затраты энергии на выполняемый процесс перемешивания материала и прочностную характеристику вала привода.

Для определения диаметра мешалки рассмотрим силы (рис. 2), действующие на частицу перемещаемой по винтовой поверхности лопасти мешалки.

На частицу, перемещающуюся по рабочей поверхности мешалки, действуют следующие силы:

1) сила трения частицы о рабочую поверхность мешалки:

$$F_{тр} = fmg, \quad (11)$$

где f – коэффициент трения по металлу; m – масса частицы, кг; g – ускорение силы тяжести, м/с²;

2) центробежная сила:

$$F_{ц} = \omega_m^2 r, \quad (12)$$

где ω_m – угловая скорость мешалки, с⁻¹; r – радиус перемещения частицы, м;

3) Кориолисова сила:

$$F_{кор} = 2m\omega_m \frac{dr}{dt} \quad (13)$$

$\left(\frac{dr}{dt} - \text{скорость движения частицы, м/с}\right)$.

Из рассмотренной на рис. 1 разности сил, приложенных на частицу, можно записать исходное дифференциальное уравнение:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} + 2f m \omega_m \frac{dr}{dt} - m \omega_m^2 r = 0. \quad (14)$$

Полученное уравнение является линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами. Это решение позволяет определить диаметр мешалки.

В выражении (14) радиус мешалки выразим в виде $r = e^{nt}$. Подставляя это выражение для r в уравнение (14), при $\frac{dr}{dt} = ne^{nt}$, $\frac{d^2 r}{dt^2} = n^2 e^{nt}$, получаем характеристическое уравнение. Дифференцируя выражение (14), запишем:

$$n^2 + 2f\omega_m n - \omega_m^2 = 0.$$

Решение этого квадратного уравнения дает два корня для n :

$$n_{1,2} = -f\omega_m \pm \sqrt{f^2\omega_m^2 + \omega_m^2} = -\omega_m \left(f \pm \sqrt{f^2 + 1}\right),$$

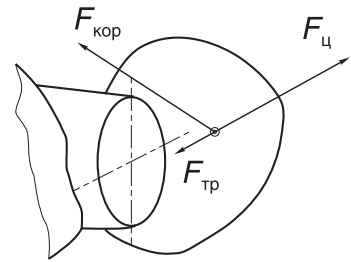


Рис. 2. Схема сил, действующих на частицу

тогда для r получаем два независимых решения:

$$r_1 = e^{-\omega_m(f-\sqrt{f^2+1})t} \quad \text{или} \quad r_1 = e^{\omega_m(\sqrt{f^2+1}-f)t}, \quad (15)$$

$$r_2 = e^{-\omega_m(f+\sqrt{f^2+1})t}. \quad (16)$$

Общим решением уравнения (14) является линейная комбинация этих двух независимых решений:

$$r = C_1 e^{-\omega_m(f+\sqrt{f^2+1})t} + C_2 e^{\omega_m(\sqrt{f^2+1}-f)t}. \quad (17)$$

По начальным условиям находим коэффициенты интегрирования, т. е. при $t=0$, $r=r_0$ и $\frac{dr}{dt}=0$.

Тогда получим:

$$\begin{aligned} r_0 &= C_1 + C_2, \\ -C_1 \omega_m(f + \sqrt{f^2 + 1}) + C_2 \omega_m(\sqrt{f^2 + 1} - f) &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Умножая первое уравнение (18) на $(f + \sqrt{f^2 + 1})$ и складывая со вторым, находим C_2 :

$$r_0(f + \sqrt{f^2 + 1}) = C_2 \left[(f + \sqrt{f^2 + 1}) + (\sqrt{f^2 + 1} - f) \right] = 2C_2 \sqrt{f^2 + 1},$$

откуда

$$C_2 = \frac{r_0(f + \sqrt{f^2 + 1})}{2\sqrt{f^2 + 1}}. \quad (19)$$

Из второго уравнения (18) находим:

$$C_1 = \frac{C_2(\sqrt{f^2 + 1} - f)}{f + \sqrt{f^2 + 1}} = \frac{r_0(\sqrt{f^2 + 1} - f)}{2\sqrt{f^2 + 1}}. \quad (20)$$

Подставляя выражения (19) и (20) в уравнение (17), получаем

$$r = \frac{r_0(\sqrt{f^2 + 1} - f)}{2\sqrt{f^2 + 1}} e^{-\omega_m(f+\sqrt{f^2+1})t} + \frac{r_0(f + \sqrt{f^2 + 1})}{2\sqrt{f^2 + 1}} e^{\omega_m(\sqrt{f^2+1}-f)t}. \quad (21)$$

Так как при удалении частиц жидкости за пределами лопастей мешалки радиальная составляющая скорости и частиц резко падает, то на частицу действует только окружная (тангенциальная) составляющая скорости ее движения.

Таким образом, можно принять, что на поверхности мешалки (на границе) радиальная составляющая скорости (приближенно) равна нулю. С этого условия определим радиус R мешалки.

Радиальную составляющую скорости частиц определим, беря производную от r по времени:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= -\frac{r_0(\sqrt{f^2 + 1} - f)\omega_m(f + \sqrt{f^2 + 1})}{2\sqrt{f^2 + 1}} e^{-\omega_m(f+\sqrt{f^2+1})t} + \\ &+ \frac{r_0(f + \sqrt{f^2 + 1})\omega_m(\sqrt{f^2 + 1} - f)}{2\sqrt{f^2 + 1}} e^{\omega_m(\sqrt{f^2+1}-f)t}. \end{aligned} \quad (22)$$

Второй член в уравнении (22) со временем по экспоненте растет и стремится к бесконечности при $t \rightarrow \infty$, при этом скорость не может сделаться равной нулю, что неадекватно реальному положению вещей (в силу сказанного выше).

Из этого следует, что второе независимое решение (16) дифференциального уравнения (14) за пределами мешалки не является физическим и может быть не учтено в дальнейших расчетах. Соответственно, исключим второй член в выражении для скорости частиц (22). Тогда скорости частиц на поверхности мешалки близки к нулю и справедливо уравнение

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{r_0 \omega_m}{2\sqrt{f^2+1}} e^{-\omega_m(f+\sqrt{f^2+1})t} \approx 0. \quad (23)$$

Разложим выражение (23) в ряд и ограничимся первым приближением, что позволяет найти минимальный радиус мешалки. Тогда получим следующее выражение:

$$e^{-\omega_m(f+\sqrt{f^2+1})t} \approx 1 - \omega_m(f + \sqrt{f^2+1})t = 0,$$

отсюда находим время, при котором частицы находятся на поверхности мешалки:

$$t = \frac{1}{\omega_m(f + \sqrt{f^2+1})}. \quad (24)$$

Подставляя в выражение (21) значение (24), получим минимальный радиус мешалки:

$$R = \frac{r_0(\sqrt{f^2+1}-f)}{2\sqrt{f^2+1}} e^{-1} + \frac{r_0(\sqrt{f^2+1}+f)}{2\sqrt{f^2+1}} e^{\frac{\sqrt{f^2+1}-f}{\sqrt{f^2+1}+f}}. \quad (25)$$

Таким образом, диаметр мешалки определится как:

$$D = 2R = 2 \left[\frac{r_0(\sqrt{f^2+1}-f)}{2\sqrt{f^2+1}} e^{-1} + \frac{r_0(\sqrt{f^2+1}+f)}{2\sqrt{f^2+1}} e^{\frac{\sqrt{f^2+1}-f}{\sqrt{f^2+1}+f}} \right]. \quad (26)$$

Подставляя полученное выражение (26) в формулу (9), можно определить угол подъема лопасти мешалки с учетом физико-механических свойств.

Выводы

1. На основании действующих на лопасть мешалки сил получена зависимость, позволяющая определить диаметр и угол подъема лопасти мешалки, а также условия, при которых лопасть не может перемещать материал вдоль винтовой линии.

2. Учитывая условия работы мешалки и перечисленные параметры, можно разработать винтовую поверхность рабочего органа, обеспечивающего минимальные затраты энергии на технологический процесс перемешивания.

Литература

1. Добышев, А. С. Актуальные проблемы механизации кормопроизводства и животноводства / А. С. Добышев. – Горки, 2007. – С. 179–190.
2. Теория несущего винта / В. Э. Баскин [и др.]; под ред. А. К. Мартынова. — М.: Машиностроение, 1973. – 364 с.
3. Вождаев, Е. С. Лопастная теория несущего винта вертикально взлетающего аппарата в осевом потоке / Е. С. Вождаев // Труды ЦАГИ. – Вып. 1234. – М., 1970. – С. 2–37.
4. Вильдгрубе, Л. С. Формулы для характеристик несущего винта в общем случае полета / Л. С. Вильдгрубе // Труды ЦАГИ. – Вып. 2202. – М., 1983. – С. 3–39.
5. Ломакин, А. А. Центробежные и осевые насосы / А. А. Ломакин – М.: Машиностроение, 1966. – 150 с.
6. Компаниец, Н. И. Подход к расчету углов атаки сечений лопасти несущего винта в нестационарных нелинейных задачах / Н. И. Компаниец, Б. С. Крицкий // Науч.-метод. материалы по прикладным задачам аэромеханики: сб. статей. – Вып. 2. – Харьков, 1987. – С. 36–44.
7. Белоцерковский, С. М. Исследование на ЭВМ аэродинамических и аэроупругих характеристик винтов вертолетов / С. М. Белоцерковский, Б. Е. Локтев, М. И. Ништг. — М.: Машиностроение, 1992. – 224 с.
8. Мелашенко, В. И. Методическое пособие по профилированию лопастей рабочих колес центробежных насосов: в 2 ч. / В. И. Мелашенко, А. В. Зуев. – М.: МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1980. – 348 с.

I.M. SHVED, A. V. KITUN, V.I. PEREDNYA, N.N. DEDOK, V.M. KOLONCHUK

DETERMINATION OF A CLIMB ANGLE OF A MIXER ARM

Summary

Modern animal husbandry should react quickly to the requirements of sales market. It is possible with the mechanisms determining the place and time of control actions in a technological chain of production. Adoption of energy saving machines at farms will allow reducing the costs of performing complicated production operations.

The paper presents the theory on calculation of a climb angle of a mixer arm. Dependence for calculating the critical angle of lead is obtained.